Archimede Eureka

Problema 366.

Il piano è stato tassellato con caselline quadrate di lato unitario. Succesivamente, in ogni casellina è stata messa una freccia che punta in una delle 4 direzioni (N, S, W, E).

Una pulce si trova inizialmente in una delle caselline. Di quando in quando, la pulce salta da una casella ad una casella adiacente, seguendo la direzione indicata dalla freccia della casella nella quale si trova nel momento in cui decide di saltare. Non appena la pulce abbandona una casella, la freccia in quella casella ruota di 90° in senso orario.

Determinare se esiste una disposizione iniziale delle frecce per cui la distanza della pulce dalla casella iniziale resta limitata nel tempo.

Problema 367.

Sia n un intero positivo, e siano x_1, x_2, $\ldots$, x_n numeri reali positivi tali che

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = 1.$$

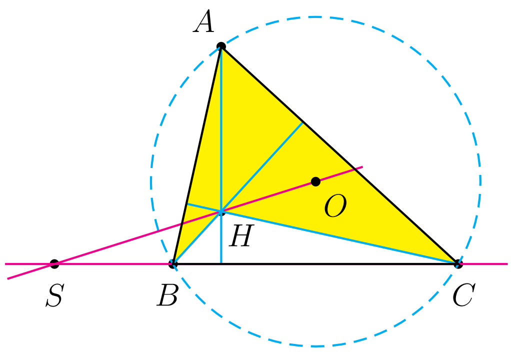
Per ogni $k = 1, \ldots, n$, definiamo $y_k = x_1 + \ldots + x_{k-1}$ (ponendo per convenzione $y_1 = 0$) e $z_k = x_k + \ldots + x_n$.

Dimostrare che

$$\frac{x_1}{\sqrt{1+y_1} \cdot \sqrt{z_1}} + \ldots + \frac{x_n}{\sqrt{1+y_n} \cdot \sqrt{z_n}} < \frac{\pi}{2}.$$

Problema 368.

Un triangolo acutangolo ABC è inscritto in una circonferenza di centro O e raggio unitario. Sia H l'ortocentro di ABC, e sia S il punto di intersezione tra le rette OH e BC. Sappiamo per ipotesi che $SO(SO - SH) = 1$.



(a) Dimostrare che i punti B, H, O, C stanno su una stessa circonferenza.

(b) Determinare l'area del quadrilatero concavo $BACH$.

I lettori sono invitati a spedire le soluzioni a Massimo Gobbino, Dipartimento di Matematica, via Buonarroti 1c, 56127 Pisa.

I lettori possono anche inviare le soluzioni per via elettronica seguendo le indicazioni contenute nel sito:

`http://forum.dma.unipi.it/Eureka`

Per ogni problema saranno pubblicate alcune soluzioni scelte fra quelle pervenute entro il **30 aprile 2013**.